

Seminário de Doutorado - Probabilidade, 2025/02

Breve descrição:

O objetivo deste seminário de doutorado é discutir algumas propriedades espectrais de matrizes aleatórias com entradas i.i.d e suas aplicações em problemas estatísticos em alta dimensão. Durante o seminário, pretendemos abordar os clássicos problemas de clusterizar dados em alta dimensão e reduzir a dimensão como mínima distorção (análise de componentes principais). Além disso, pretendemos discutir algumas abordagens espectrais para os problemas de detecção de comunidades em grafos aleatórios e em trajetórias de cadeias de Markov com estrutura de blocos.

Ementa tentativa:

1. Decomposição em Valores Singulares: revisão da decomposição espectral para matrizes simétricas, decomposição em valores singulares (DVS), análise matricial, cálculos explícitos com DVS.
2. Cotas de perturbação: desigualdade de Weyl, Cotas de Davis-Kahan e Hanson-Wright, concentração da norma de operador de matrizes aleatórias com entradas i.i.d.
3. Análise de Componentes principais
4. Clusterização
5. Detecção de comunidades em modelos estocásticos por blocos.
6. Detecção de comunidades em trajetórias de cadeias de Markov com estrutura de blocos.

Referências:

1. Christophe Giraud. Mathematics for Artificial Intelligence. Lecture notes, 2023. (Tópicos de 1 a 4 da ementa)
2. Roman Vershynin. High-Dimensional Probability: An introduction with applications in Data Science, 2019. (Tópico 5 da ementa)
3. Jaron Sanders, Albert Senen-Cerda. Spectral norm bounds for block Markov chain random matrices. Stochastic Processes and Their applications, 2023. (Tópico 6)
4. Jaron Sanders, Alexandre Proutière and Se-Young Yun. Clustering In block Markov Chains. Annals of Statistics, 2020. (Tópico 6)
5. Thomas van Vuren, Thomas Cronk and Jaron Sanders. Estimating the number of clusters of a Block Markov Chain, Arxiv, 2024. (Tópico 6)